Logic và suy diễn (tóm tắt)

*(Tham khảo cho lớp TTNT 128702, 126523 12/2021)*

# Khái niệm

## Logic

* Logic = Syntax + Semantics (ngữ pháp, ngữ nghĩa)
* Syntax = Language + Proof theory
* Theorem = Sentence/Statement that can be proven
* Semantics = Meaning of sentences
* Model: all possible assignments to the variables.
* Etailment (bao hàm)

## Suy diễn

* Sự bao hàm
* Thủ tục suy diễn
  + Tính diễn đúng đắn(soundness)
  + Tính hoàn chỉnh (comleteness)
* Phương pháp suy diễn
  + deductive reasoning
  + model-based reasoning

# Logic mệnh đề

## Cú pháp

Text

Description automatically generated with medium confidenceTable

Description automatically generated with medium confidence

## Ngữ nghĩa

Table

Description automatically generated

## Tương đương logic

α ∧ β ≡ β ∧ α giao hoán và (commutativity of ∧)  
α ∨ β ≡ β ∨ α giao hoán hoặc (commutativity of ∨)  
(α ∧ β) ∧ γ ≡ α ∧ (β ∧ γ) kết hợp và (associativity of ∧)  
(α ∨ β) ∨ γ ≡ α ∨ (β ∨ γ) kết hợp hoặc (associativity of ∨)  
α ∧ (β ∨ γ) ≡ (α ∧ β) ∨ (α ∧ γ) phân phối và-hoặc (distributivity of ∧ over ∨)  
α ∨ (β ∧ γ) ≡ (α ∨ β) ∧ (α ∨ γ) phân phối hoặc và (distributivity of ∨ over ∧)

¬¬α ≡ α phủ định kép (double-negation elimination)  
¬(α ∧ β) ≡ ¬α ∨ ¬β De Morgan  
¬(α ∨ β) ≡ ¬α ∧ ¬β De Morgan

α ⇒ β ≡ ¬α ∨ β loại bỏ kéo theo (implication elimination)  
α ⇒ β ≡ ¬β ⇒ ¬α phản đảo (contraposition)  
α ⇔ β ≡ (α ⇒ β) ∧ (β ⇒ α) loại bỏ tương đương (biconditional elimination)

## Bài tập: Artificial Intelligence A Modern Approach, trang 280-281

Text, letter

Description automatically generated

(7.4: Đã làm trên lớp một số câu)

Text

Description automatically generated

Text, letter

Description automatically generated

Table

Description automatically generated with medium confidence

A screenshot of a computer

Description automatically generated with medium confidence

# Suy diễn bằng logic mệnh đề

KB╞ α hay KB ⇒ α

## Mệnh đề đặc biệt

Mâu thuẫn

* luôn có giá trị sai/false (p ∧ ¬p)
* biểu thức không thể thỏa mãn được (unsatisfiable)

Tautology

* luôn có giá trị đúng/true (p ∨ ¬p)
* biểu thức đúng đắn (valid), đúng trong mọi mô hình

Biểu thức thỏa mãn được

* đúng trong một mô mình nào đó (p ∧ q)
* (không là mệnh đề mâu thuẫn)

## Chứng minh sử dụng bảng chân lý (Truth-table)

Ví dụ: KB = (p ∨ q) ∨ (p⇔q)

Lập bảng chân lý:

* Số dòng: tổ hợp các giá trị của các biến (2n)
* Tính giá trị KB: KB đúng khi tất cả các mệnh đề trong KB là đúng
* Tính giá trị α
* Nếu các dòng KB đúng thì α đúng: KB ⇒ α

Table

Description automatically generated

## Áp dụng các luật suy diễn (Inference rules)

* Luật suy diễn Modus ponens
* Luật suy diễn hợp giải (Resolution)
* Luật suy diễn hợp giải đơn (Unit Resolution)
* Loại bỏ liên kết và (And-Elimination): p1 ∧ p2 ∧ … ∧ pn ⇒ pi
* Đưa vào liên kết hoặc (Or-Introduction): pi ⇒ p1 ∨ p2 ∨ … ∨ pi ∨ … ∨ pn
* Phủ định kép (Elimination of Double Negation): p ⇒ p

## Hợp giải (resolution): bài tập

<https://www.cs.upc.edu/~larrosa/MEI-CSI-files/SAT/SAT-exercises.pdf>

Graphical user interface, text, application

Description automatically generated

## Chuyển về bài toán chứng minh thỏa mãn (SAT)

Phương pháp chứng minh bằng phản chứng (refutation)

* Cần chứng minh: KB╞ α hay KB ⇒ α hay ∨ α)
  + Mệnh đề phủ định ∨ α) = KB ∧ α
* Chứng minh mệnh đề phủ định sai, hay (KB ∧ α) không thỏa mãn được (bài toán SAT)
  + Như vậy giải bài toán SAT -> Kết luận được (KB╞ α) hay không

## Giải bài toán SAT

KB biểu diễn dưới dạng CNF: KB = A1 ∧ A2 ∧ ... ∧ An (trong đó Ai là mệnh đề tuyển)

* (KB ∧ α) cũng có dạng CNF (A1 ∧ A2 ∧ ... ∧ An ∧ α)

Giải bài toán SAT – cách 1

* Tìm kiếm các lời giải (phép gán) cho n+1 ràng buộc A1, A2, ... , An, α
* Nếu không có lời giải -> (KB ∧ α) không thể thỏa mãn được, mện đề phủ định là sai thì KB╞ α là đúng (điều phải chứng minh)
* Bài toán SAT đưa về bài toán CSP (đã học L6-CSP)

Giải bài toán SAT – cách 2

* Sử dụng hợp giải (resolution) chứng minh (KB ∧ α) mâu thuẫn
* KB ∧ α có dạng CNF: A1, A2, ... , An, α
  + Trong đó A1, A2... là mệnh đề tuyển (p1 ∨ p2 ∨ …)
  + Có thể áp dụng hợp giải để suy luận

Giải bài toán SAT – cách 3

* Trường hợp dạng chuẩn Horn:
  + (¬p1 ∨ ¬p2 ∨ … ∨ ¬pn ∨ q) ≡ (p1 ∧ p2 ∧ … ∧ pn → q)
  + (¬p1 ∨ ¬p2 ∨ … ∨ ¬pn) ≡ (p1 ∧ p2 ∧ … ∧ pn → false)
* Áp dụng suy diễn modus ponens tổng quát
* Bài toán: Với tập các mệnh đề cơ sở tri thức KB, cần suy ra mệnh đề kết luận Q
* Suy diễn tiến: Lặp lại cho đến khi suy ra được kết luận:
  + Áp dụng suy diễn với các luật có mệnh đề giả thiết được thỏa mãn trong KB
  + Bổ sung kết luận của các luật đó vào KB
* Suy diễn lùi: Quá trình suy diễn bắt đầu từ mệnh đề kết luận Q:
  + Kiểm tra xem Q đã được chứng minh (trong KB) chưa,
  + Nếu chưa, tiếp tục chứng minh tất cả các mệnh đề giả thiết củamột luật nào đó (trong KB) có mệnh đề kết luận là Q

Table

Description automatically generated

# Logic vị từ

Từ tài liệu tham khảo (2)

Text

Description automatically generatedTừ tài liệu tham khảo (1):

Text

Description automatically generated

Gợi ý

a.

(i) ∀ x Cat(x) ⇒ Loves(x,Mother(x) ∨ Father(x)).

Invalid syntax (Mother(x) ∨ Father(x))

(ii) ∀ x ¬Cat(x) ∨ Loves(x,Mother(x)) ∨ Loves(x,Father(x)).

Correct

(iii) ∀ x Cat(x) ∧ (Loves(x,Mother(x)) ∨ Loves(x,Father(x)))

Incorrect (some x may not be cat)

b.

(i) ∀ x Dog(x) ∧ (∃y Brother(y,x) ∧ Loves(x,y)) ⇒ Happy(x)

Corect

(ii) ∀ x,y Dog(x) ∧ Brother(y,x) ∧ Loves(x,y) ⇒ Happy(x).

Correct

(iii) ∀ x Dog(x) ∧ [∀ y Brother(y,x) ⇔ Loves(x,y)] ⇒ Happy(x)

Incorrect (differ from english sentence – dog who loves and only loves its bother is happy)

c.  
(i) ∀ x Dog(x) ⇒ ¬Bites(x,Child(Owner(x))).

Invalid syntax (Child(Owner(x)))

(ii) ¬∃ x,y Dog(x) ∧ Child(y,Owner(x)) ∧ Bites(x,y).

Correct

(iii) ∀ x Dog(x) ⇒ (∀ y Child(y,Owner(x)) ⇒ ¬Bites(x,y)).

Correct

(iv) ¬∃ x Dog(x) ⇒ (∃ y Child(y,Owner(x)) ∧ Bites(x,y))

Incorrect ( (¬∃ x A ⇒ B) ≡ (∀ x ¬(A ⇒ B)) )